CORRECTION DU BREVET DE MATHÉMATIQUES JEUDI 28 JUIN 2018

Ex 01

1) La longitude est approximativement de 128° Est et la latitude est approximativement de 35° Nord.

2) Le volume d'une boule est donné par la formule $\dfrac{4}{3}\pi \mathrm{R}^3$.

Puisque le rayon vaut 11,5 cm son volume est donc $\dfrac{4}{3}\pi(11,5 \text{ cm})^3$.

Soit approximativement 6 371 cm^3.

3) Cherchons d'abord le volume total du trophée.

Le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est de : $\pi r^2 \times h$.

Donc ici, $\pi \times (3 \text{ cm})^2 \times 23$ cm.

Le volume total du trophée est donc de : $\dfrac{4}{3}\pi(11,5 \text{ cm})^3 + \pi \times (3 \text{ cm})^2 \times 23 \text{ cm}$

Soit approximativement 7 021 cm^3.

Or $\dfrac{6\ 370 \text{ cm}^3}{7\ 021 \text{ cm}^3} \approx 0,91 = \dfrac{91}{100}$.

Donc Marion a bien raison.

Ex 02

1) Calculons la moyenne de PM10 de Grenoble :

$\dfrac{32 + 39 + 53 + 57 + 78 + 63 + 60 + 82 + 82 + 89}{10} = 63,4 < 72,5\ \mu\text{g/m}^3$.

Donc c'est Lyon qui a la plus forte concentration moyenne en PM10 entre le 16 et 25 janvier.

2) Pour Lyon, l'étendue de la série est de $107 - 22 = 85\ \mu\text{g/m}^3$.

Pour Grenoble, elle est de 89 - 32 = 57 μg/m^3.

3) La médiane indique qu'il y a eu à Lyon autant de jours où le PM10 a dépassé 83,5 μg/m^3 que de jours où il ne l'a pas dépassé.

Il y a donc au moins $10 \div 2 = 5$ jours durant lesquels le seuil d'alerte a été dépassé.

Ex 03

1) La probabilité qu'il écoute du rap est de $\dfrac{125}{375} = \dfrac{1}{3}$

2) $\dfrac{7}{15} = \dfrac{7 \times 25}{15 \times 25} = \dfrac{175}{375}$.

Théo a donc 175 morceaux de rock sur son lecteur audio.

3) $\dfrac{175}{375} \approx 47\% > 40\%$ donc c'est Théo qui a le plus de chances d'écouter un morceau de rock.

Ex 04

1) Comme le triangle BCD est rectangle en B,

d'après le théorème de Pythagore,

on a que DC^2= BD^2 + BC^2.

Donc DB^2 $= 8,5^2 - 7,5^2 = 16$. Donc BD $=$ 4 cm.

2) Vérifions que les longueurs des côtés sont respectivement proportionnels sur les deux triangles.

On a : $\dfrac{7,5 \text{ cm}}{6 \text{ cm}} = \dfrac{4 \text{ cm}}{3,2 \text{ cm}} = \dfrac{8,5 \text{ cm}}{6,8 \text{ cm}} = 1,25$

Donc les triangles BCD et BFE sont bien semblables.

3) Les triangles BCD et BFE étant semblables, leurs angles sont égaux.

Donc $\widehat{BFE} = \widehat{DBC} = 90°$.

On peut aussi utiliser le théorème réciproque de Pythagore :

Vérifions que le triangle BFE est rectangle en F.

D'une part BF^2+FE^2 $= 6^2 + 3,2^2 = 46,24$.

D'autre part, BE^2=$6,8^2 = 46,24$.

Comme BE^2=FE^2+BF^2, d'après le théorème réciproque de Pythagore, BFE est rectangle en F et Sophie a raison.

4) Cherchons une valeur approchée de l'angle $\widehat{BCD}$.

Comme BCD est rectangle en B,

d'après la propriété du cosinus d'un angle aigu, on a :

$\cos(\widehat{BCD}) = \dfrac{7,5 \text{ cm}}{8,5 \text{ cm}} = \dfrac{15}{17}$

Donc $\widehat{BCD} \approx 28,1°$ à 0,1° près.

Ainsi, $\widehat{ACD} \approx 61° + 28,1° = 89,1°$ à 0,1° près.

Ce n'est pas un angle droit (mais pas loin de l'être) donc Max a tort.

Ex 05

1) $(-1 \times 4 + 8) \times 2 = 8$

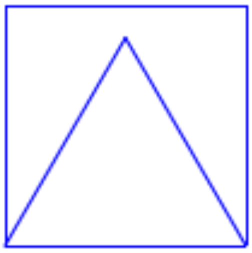
2) $(30 \div 2 - 8) \div 4 = 1,75$

3) A $= 2(4x + 8) = 8x + 16$ et B $=(4 + x)^2 - x^2 = 16 + 8x + x^2 - x^2 = 8x + 16$. Donc A=B pour tout x.

4) L'affirmation 1 est fausse, par exemple, pour x=-10, on obtient $(-10 \times 4 + 8) \times 2 = -64$.

5) L'affirmation 2 est vraie car pour tout x, A $= 8x + 16 = 8x + 8 \times 2 = 8(x + 2)$ qui est multiple de 8.

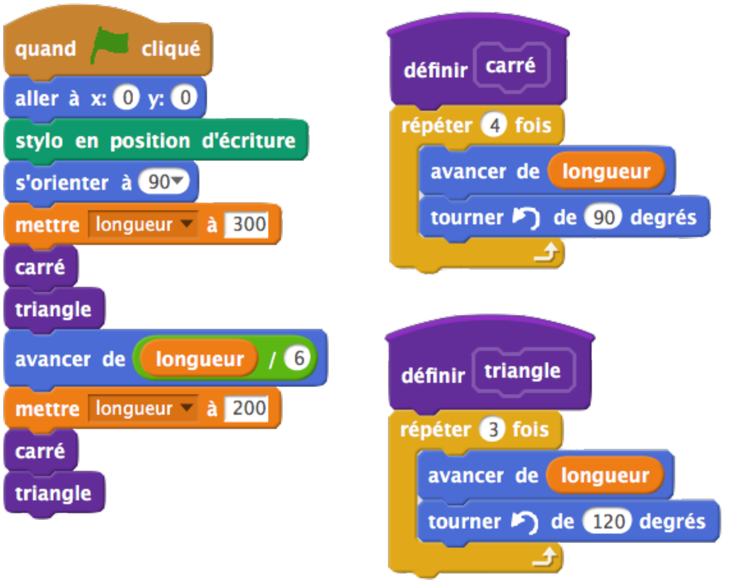
Ex 06



1) a) où le coté du carré et du triangle équilatéral doit faire $300 \div 50 = 6$ cm.

b) Il sera à (50,0).

2) Il faut mettre $300 - 2 \times 50 = 200$



3)

4) Une homothétie. Le rapport de réduction est de $\dfrac{200}{300} = \dfrac{2}{3}$

5) Donc le rapport des aires est de $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{9}$.

Ex 07

1) Le temps et la vitesse ne sont pas proportionnels car la droite représentative n'est pas alignée avec l'origine du repère.

2) Par lecture graphique, on obtient :

a) Vitesse initiale de 20 tours par seconde.

b) Au bout de 1 min et 20 secondes = 80 secondes, la vitesse est de 3 tours par seconde.

c) Il s'arrête aux alentours de 94 secondes.

3) Au bout de 30 secondes, la vitesse est de $-0,214 \times 30 + 20 = 13,58$ tours par seconde.

4) Il s'arrêtera au bout de $20 \div 0,214 \approx 93$ secondes.

5) Oui, car $v(t) = 0$ pour $t = V_{initiale} \div 0,214$. Donc le temps d'arrêt est proportionnel à la vitesse de départ.